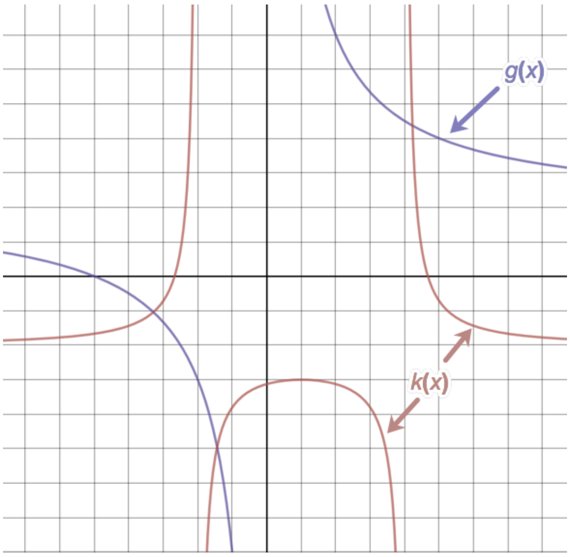
InforMATHeur #15, Mai 2018

Problème-vedette 11e-12e - Solution

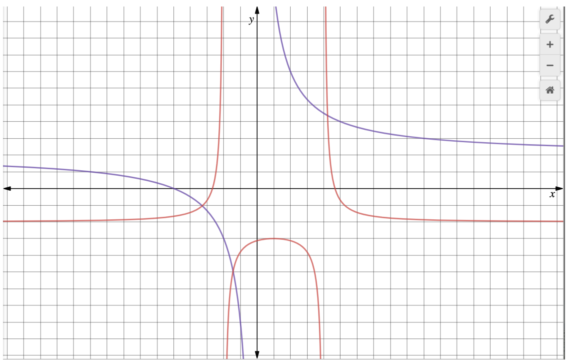
Le problème présenté offre aux élèves l'occasion de travailler le raisonnement spatial puisqu'il fait appel à la visualisation en traitant des caractéristiques des fonctions et de leur inverse.

L'inverse de $f(x)$ est $g(x)$ et l'inverse de $h(x)$ est $k(x)$.



Détermine graphiquement et algébriquement si $g(k(x))$ est une fonction ou non.

Plaçons les axes x et y sur le graphique.

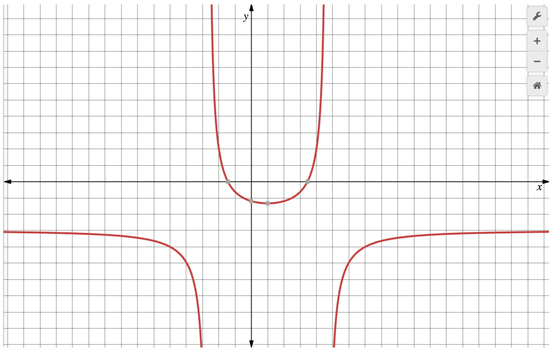


En examinant le graphique, voici des équations possibles pour $g(x)$ et $k(x)$:

$$g(x) = \frac{10}{x} + 2$$

$$k(x) = \frac{9}{(x-4)(x+2)} - 2$$

Regardons le graphique de *g*(*k*(*x*)).



Nous pouvons donc conclure que *g*(*k*(*x*)) est une fonction en indiquant les restrictions nécessaires.

On pourrait, au besoin, déterminer l'équation de *g*(*k*(*x*)).

$$g(k(x)) = \frac{10}{\dfrac{9}{(x-4)(x+2)} - 2} + 2$$

$$g(k(x)) = \frac{10}{\dfrac{9-2(x-4)(x+2)}{(x-4)(x+2)}} + 2$$

$$g(k(x)) = \frac{10(x-4)(x+2)}{9-2(x-4)(x+2)} + 2$$

$$g(k(x)) = \frac{10(x-4)(x+2) + 2((9-2(x-4)(x+2))}{9-2(x-4)(x+2)}$$

$$g(k(x)) = \frac{10(x-4)(x+2) + 18 - 4(x-4)(x+2)}{9-2(x-4)(x+2)}$$

$$g(k(x)) = \frac{6(x-4)(x+2) + 18}{9-2(x-4)(x+2)}$$

$$g(k(x)) = \frac{6x^2 - 12x - 30}{-2x^2 + 4x + 25}$$

Détermine une équation pour *f*(*x*) et pour *h*(*x*).

$$f(x)=\frac{1}{g(x)}$$

$$f(x)=\frac{1}{\frac{10}{x}+2}$$

$$f(x)=\frac{1}{\frac{10+2x}{x}}$$

$$f(x)=\frac{x}{2x+10}$$

$$h(x)=\frac{1}{k(x)}$$

$$h(x)=\frac{1}{\frac{9}{(x-4)(x+2)}-2}$$

$$h(x)=\frac{1}{\frac{9-2(x-4)(x+2)}{(x-4)(x+2)}}$$

$$h(x)=\frac{(x-4)(x+2)}{9-2(x-4)(x+2)}$$

$$h(x)=\frac{(x-4)(x+2)}{-2x^2+4x+25}$$