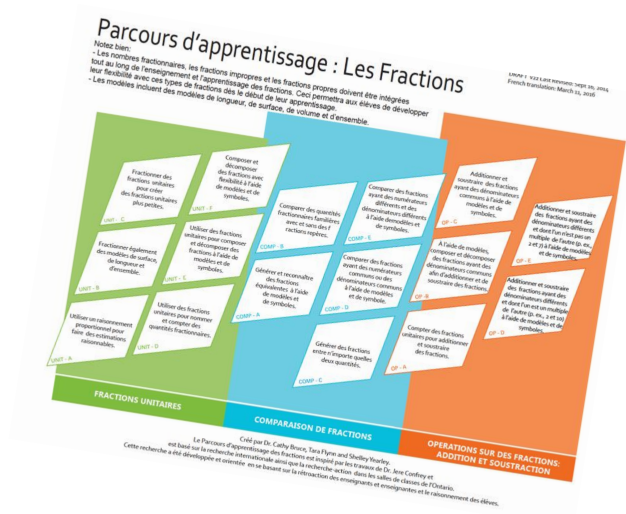
Dossier de recherche
On vulgarise : les fractions

« Aucun domaine des mathématiques à l'école élémentaire n'est aussi mathématiquement riche, cognitivement compliqué et difficile à enseigner que les fractions, les rapports et la proportionnalité. »
Ministère de l'Éducation de l'Ontario, *Mettre l'accent sur les fractions M-12,* p.3, 2015.

Ce dossier de recherche consacré à l'enseignement et l'apprentissage du concept de la fraction vise à vulgariser les grandes idées liées à ce concept pour en faciliter son appropriation. Plusieurs outils sont disponibles pour accompagner la planification des activités : « *Le Guide d'enseignement efficace, 4e-6e année, Numération et sens du nombre, fascicule 2* », la monographie « *Mettre l'accent sur les fractions* » ainsi que « *Le parcours didactique vers la compréhension des fractions* » (lien au site Web).



Certaines « grandes idées » très bien connues ne seront pas reprises mais le texte vise plutôt à jeter un nouveau regard sur le concept de fraction en répondant aux questions suivantes :
Qu'est-ce qu'une fraction unitaire?
Pourquoi comparer des fractions?
Comment opérer sur des fractions?

Qu'est-ce qu'une fraction?

Une fraction est une quantité, tout comme un nombre entier. Une fraction n'a de sens que si l'on connaît le tout. Outre le dénominateur (nombre de parties équivalentes par lequel le tout est divisé) et le numérateur (nombre de parties équivalentes dénombrées), l'élève doit comprendre que la fraction peut représenter une quantité discrète ou continue selon le modèle utilisé.

L'élève doit vivre une variété d'activités d'identification de différentes fractions selon tous les modèles. Certains chercheurs croient qu'il est plus facile de présenter en premier le modèle d'ensemble (fraction d'un groupe) plutôt que le modèle de surface (fraction d'un tout). Selon cette théorie, les élèves sont plus aptes à comprendre la moitié de 6 biscuits plutôt qu'à diviser les biscuits en deux parties. Au delà de l'identification d'une partie d'un tout préalablement fractionné, il faut amener l'élève à identifier des parties de fractions à partir de représentations variées et selon différentes relations et concepts.

> Au début, il est très important, de parler des fractions et d'écrire les fractions en mots, (la demi, le quart, le tiers) et de vivre des activités à l'oral.

Le raisonnement proportionnel et le raisonnement spatial sont continuellement sollicités pour développer la compréhension des diverses relations (relation partie-tout et relation partie-partie) ou de concepts associés à la notation fractionnaire (fraction comme quotient ou fraction comme opérateur).

Relation partie-tout :

Cette … e, et
le nu…
Quell…

Relation partie-partie ou rapport de partie à partie : Cette relation permet de comparer les parties en lien avec un attribut. Un rapport est utilisé pour établir la relation. Lorsqu'on identifie une fraction d'un ensemble, tout attribut peut être considéré.

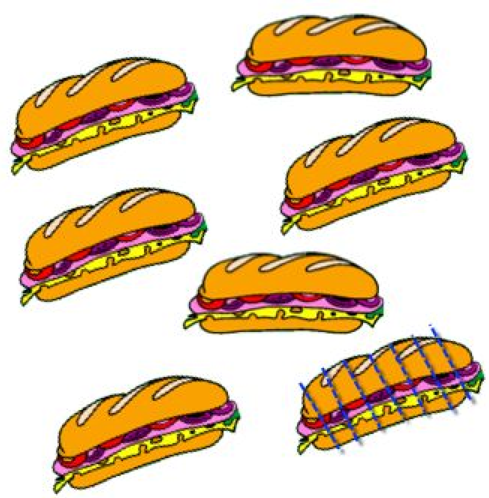
Si l'on veut comparer les carottes aux autres légumes on peut établir un rapport $\frac{4}{8}$ (4 : 8) en expliquant que, pour chaque groupe de 4 carottes, il y a 8 autres légumes dans l'ensemble.
On ne lit pas 4 huitièmes mais 4 à 8.

Plusieurs autres rapports peuvent être observés dans l'ensemble de légumes.

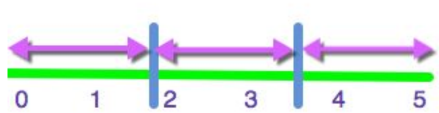
Ils peuvent tous être représentés en utilisant la notation fractionnaire.

Fraction comme quotient : Lorsqu'une fraction est présentée comme quotient, c'est le concept de diviser le numérateur par le dénominateur qui est considéré.

8 enfants se partagent également 7 sous-marins. Quelle fraction de sous-marin reçoit chaque enfant?
7 sous-marins sont divisés entre 8 élèves.
Chaque élève reçoit $\frac{7}{8}$ d'un sous-marin.



Une autre représentation est liée à $\frac{5}{3}$ représenté sur une droite numérique ou 5 est partagé en 3 parties équivalentes.



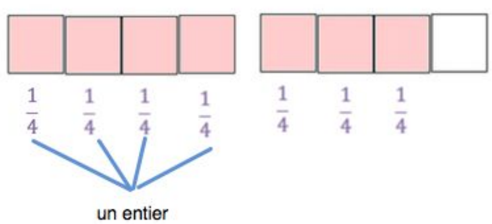
Fraction comme opérateur : La fraction présentée comme opérateur permet d'utiliser un facteur pour réduire ou augmenter une quantité.
Sean a 9 billes. Sa sœur prend $\frac{1}{3}$ des billes. Combien de billes sa sœur a-t-elle?

La fraction $\frac{1}{3}$ est utilisée comme opérateur pour réduire la quantité à 3 billes.

Qu'est-ce qu'une fraction unitaire?

Le concept de fraction unitaire est un concept essentiel qui permet aux élèves d'évoluer avec les différentes relations liées au concept de fraction. Le travail avec les fractions unitaires permet une meilleure compréhension de la quantité.
Souvent, les élèves ne développent pas un sens solide de la fraction puisqu'ils ne voient pas le lien entre une fraction (p. ex., $\frac{3}{4}$) et la fraction unitaire correspondante ($\frac{1}{4}$).
Toute fraction peut être décomposée en son unité de base (p. ex., Dans $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{4}$ est l'unité fractionnaire et on en a 3, ou $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$).
L'unité fractionnaire est l'unité de base de toute fraction : $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{21}$.

Réfléchissons : $1\frac{3}{4}$ est composé de 7 fractions unitaires de $\frac{1}{4}$



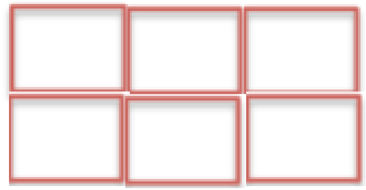
On peut décrire $\frac{2}{5}$: $\frac{1}{5} + \frac{1}{5}$, ou c'est deux fois $\frac{1}{5}$.

Si cette longueur représente $\frac{2}{5}$, quel pourrait être le tout?
Sachant que la ligne verte représente deux unités fractionnaires de $\frac{1}{5}$, il est facile pour l'élève de déterminer le tout

Des activités semblables sont possibles avec d'autres modèles tels que :

 Si le rectangle à la gauche représente $\frac{1}{6}$ d'un tout, quel est le tout?

Si la fraction unitaire est $\frac{1}{6}$, le tout comprend 6 fractions unitaires.



Compter les fractions unitaires avec leur nom facilite la compréhension de l'addition et de la soustraction de fractions. Les élèves pourraient être initiés au jeu « **Je connais le tout.** » pour approfondir leur compréhension de la fraction unitaire.

Composer et décomposer des fractions à l'aide de la fraction unitaire

On connaît le tout, on détermine la fraction.

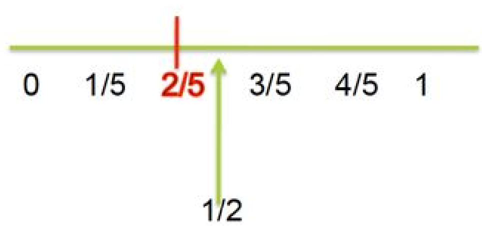
Représente $\frac{2}{3}$ de chaque tout.

On connaît la fraction, on détermine le tout.

Chaque illustration représente $\frac{2}{5}$ d'un tout. Quel est le tout de chaque illustration?

Développer le sens de la fraction unitaire à l'aide d'une droite numérique

La droite numérique est un outil qui facilitera l'appropriation du concept de fraction. Comment démontrer sur une droite numérique que $\frac{2}{5}$, c'est moins que 1?



La fraction unitaire de $\frac{2}{5}$ est $\frac{1}{5}$; donc, sur la droite numérique, la longueur de 0 à 1 est divisée en 5 parties égales ou 5 unités fractionnaires de $\frac{1}{5}$.

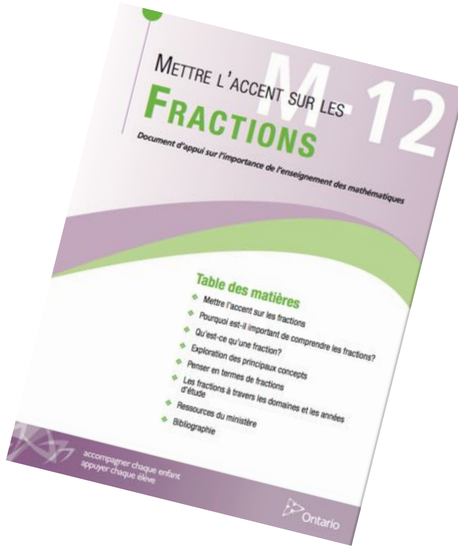
Pourquoi comparer des fractions?

Comparer et ordonner des fractions développe les sens de la fraction en tant que quantité et grandeur de la fraction.

À l'aide de la représentation ci-dessus, l'élève peut aussi démontrer que 2/5 est :

- $> \frac{1}{5}$, $< \frac{1}{2}$, $> \frac{1}{4}$, $=$ à $1 - \frac{3}{5}$

L'élève pourrait aussi comparer $\frac{2}{10}$ à $\frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{5}$.



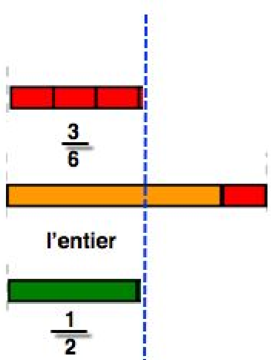
L'élève compare des fractions avec dénominateur commun.
Quelle fraction est la plus grande, $\frac{7}{8}$ ou $\frac{5}{8}$?
Puisque $\frac{7}{8}$, c'est 7 *un huitième* et que $\frac{5}{8}$ c'est seulement 5 *un huitième*, alors $\frac{7}{8}$ est plus grand.

L'élève compare des fractions avec dénominateurs différents.
Quelle fraction est la plus grande, $\frac{5}{11}$ ou $\frac{2}{13}$?
L'élève peut dire : $\frac{1}{11}$ est plus grand que $\frac{1}{13}$? (si l'élève maîtrise que plus le dénominateur est grand, plus les parties sont petites); donc, $\frac{5}{11}$, c'est plus grand que $\frac{2}{13}$? . Il pourrait aussi comparer $\frac{5}{11}$ à $\frac{5}{10}$ et dire que $\frac{5}{11}$, c'est presque la moitié; donc, $\frac{2}{13}$, c'est plus petit.

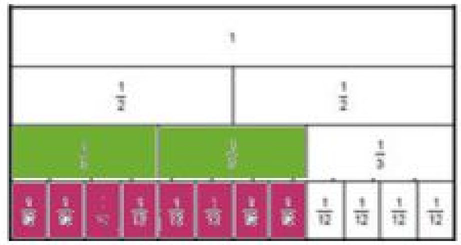
Comparer et ordonner des fractions avec des unités fractionnaires différentes démontrent la nécessité d'utiliser des fractions équivalentes.
Fractions équivalentes :
Une compréhension approfondie des fractions équivalentes est un prérequis aux opérations sur les fractions, plus spécifiquement l'addition et la soustraction. En explorant des fractions équivalentes, l'élève modifie l'unité fractionnaire soit en décomposant (divisant) ou en assemblant (combinant) des parties de la fraction. Il réalise qu'une fraction équivalente est une autre façon de nommer la fraction.

L'équivalence est possible lorsque l'on compare des fractions relatives à un même tout.

Suggestions de comparaisons de fractions équivalentes :
Comment démontrer à l'aide de mosaïques géométriques que $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$
L'élève devrait superposer les mosaïques géométriques pour démontrer l'équivalence.

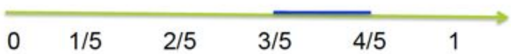


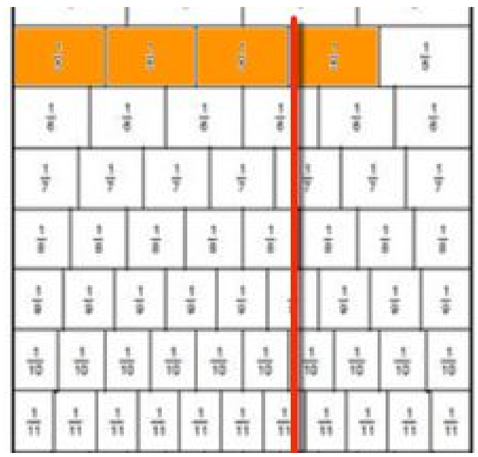
Comment démontrer que $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$?



Le tableau de fractions équivalentes est un outil indispensable pour comparer les fractions et observer les équivalences.

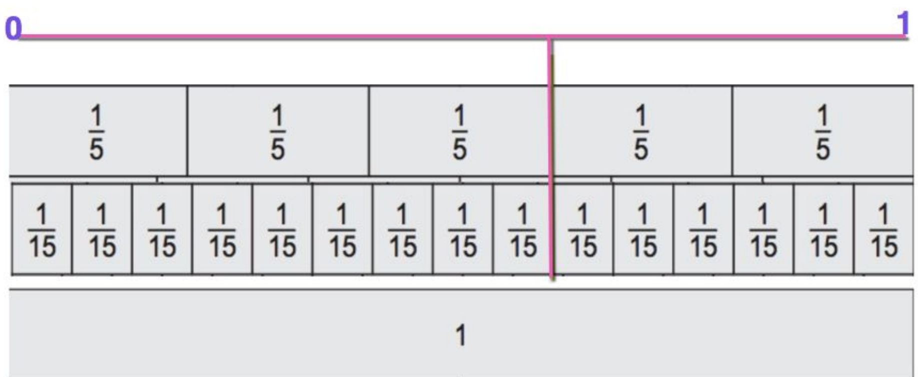
Vrai ou faux : Il n'y a pas de fractions entre $\frac{3}{5}$ et $\frac{4}{5}$





La droite numérique permet d'observer qu'il peut y avoir d'autres fractions entre ces fractions.
Le tableau des fractions équivalentes permet de comparer les fractions.

La droite numérique permet aussi à l'élève de visualiser la grandeur des fractions, de les comparer et de les ordonner. L'élève doit constater que deux fractions équivalentes occupent la même place sur la droite numérique.
Démontrer que $\frac{3}{5} = \frac{9}{15}$



L'élève peut constater que pour chaque $\frac{1}{5}$, trois fractions unitaires de $\frac{1}{15}$ sont nécessaires.

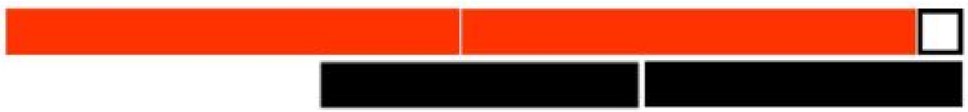
Après avoir vécu une variété d'activités sur les fractions, l'élève pourrait répondre à la question suivante :
Pourquoi peut-on multiplier le numérateur et le dénominateur par un même nombre et obtenir une fraction équivalente?

Comment opérer sur les fractions?

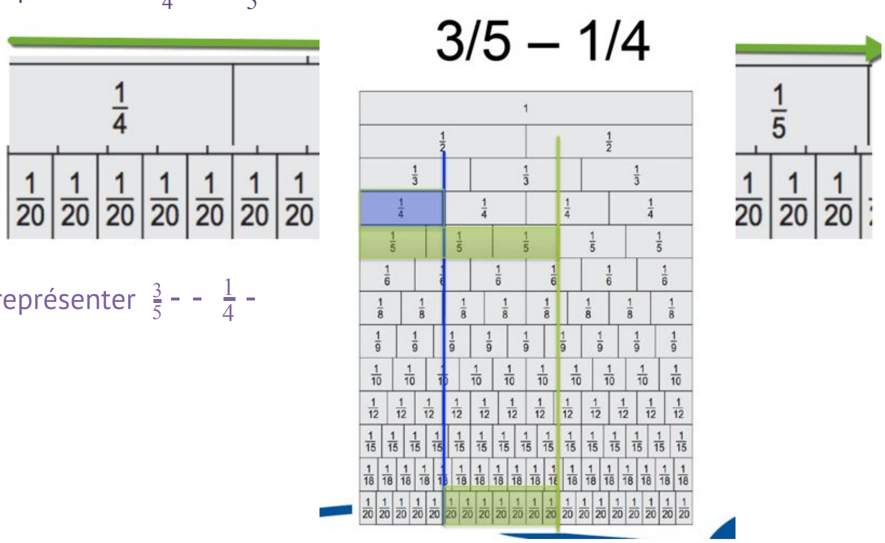
Il importe que les élèves maîtrisent les concepts de fractions unitaires et de fractions équivalentes ainsi que la relation partie-tout avant d’explorer les fractions sur lesquelles opérer.
En plus de la droite numérique, les mosaïques géométriques et les réglettes Cuisenaire sont de bons outils pour représenter comment opérer sur les fractions.

Comment représenter $\frac{2}{3}$ de 3

Comment représenter $\frac{2}{3}$ de 21

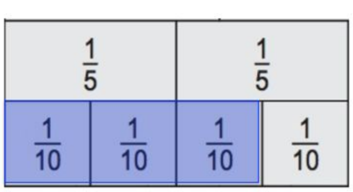


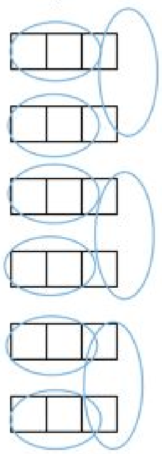
Comment représenter $\frac{3}{4}$ + $\frac{1}{5}$



Comment représenter $\frac{3}{5}$ - - $\frac{1}{4}$ -

Que signifie $\frac{3}{4}$ de $\frac{2}{5}$ -?
L’élève doit démontrer qu’il faut diviser $\frac{2}{5}$ - en 4 parties et garder ou choisir 3 de ces parties en se servant :du tableau, des fractions équivalentes ou d’un modèle de surface ou pliage de papier.





Comment représenter $6 \div \frac{2}{3}$? (diviser un entier par une fraction)

Représenter le nombre de $\frac{1}{3}$ dans 6 entiers (fraction unitaire)
Il y a 6 x 3 *un tiers* ou 18 *un tiers* dans 6 entiers.
Regrouper les $\frac{1}{3}$ en groupes de 2 *un tiers*, donc 18 $\div$ 2 groupes de *deux tiers* ou 9 *deux tiers.*

Merci à Marian Small de partager ses idées pour nous permettre de grandir mathématiquement!

AfEMO
Texte intégral sur le site